جلسه‌ی دوم فیزیک مکانیک

Month: Day: Subject:

بردار برآیند: به هم دو یا چند بردار، بردار برآیند گویند

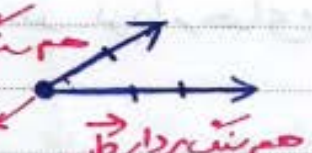
روش محاسبه‌ی بردار برآیند ← ترسیمی
← ریاضی (محاسبه‌ای)

① **روش ترسیمی**: در این روش اگر به صورت کاملاً دقیق و مقیاس رسم هم مقدار و هم جهت بردار بدست می‌آید.

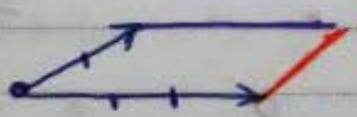
مراحل ترسیم:

① ابتدا از یک نقطه‌ی دلخواه بردار هم سنگ (هم اندازه) بردار اول و دوم که می‌خواهیم برآیند آنها را بدست آوریم رسم

* برای مثال می‌خواهیم بردار برآیند $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را محاسبه کنیم



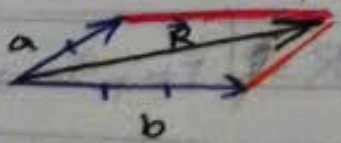
② از انتهای هر بردار هم سنگ بردار مقابلش را ترسیم می‌کنیم



* از انتهای هم سنگ بردار a
* از انتهای هم سنگ بردار b

③ از نقطه‌ی شروع به انتهای مقابل (قطر متوازی الاضلاع) را رسم

که این قطر نشان دهنده‌ی بردار برآیند می‌باشد.



$\vec{R}$ بردار برآیند a و b است

* توجه داشته باشید رعایت زوایا و طول بردار الزامی است *

بردار سرعت :

① بردار سرعت متوسط هر جسم عبارت است از جابجایی آن جسم تقسیم بر فاصله‌ی زمانی که جابجایی طی آن روی داده است.

$$\vec{\bar{V}} = \frac{\vec{\Delta x}}{\Delta t} \quad \begin{matrix} \Delta x \to \text{واحد } (m) \\ \Delta t \to \text{واحد } (s) \end{matrix} \Rightarrow \text{واحد } \bar{V} \Rightarrow \frac{m}{s}$$

* اگر جسمی در راستای محور مختصات حرکت کند یعنی منتقل می‌شود وقتی که جسمی در حال انتقال باشد. مختصه‌ی مکان آن با گذشت زمان تغییر می‌کند اگر در لحظه‌ای t_1 مختصه مکان جسم x_1 باشد، در لحظه‌ی بعدی t_2 مختصه‌ی مکان آن x_2 خواهد بود یعنی $\bar{V} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$

تفاوت بردار سرعت و سرعت

- بردار سرعت کمیتی برداری است یعنی هم بزرگی (مقدار) هم جهت دارد. در نتیجه در حالت یک بعدی (روی خط راست) می‌تواند مثبت یا منفی باشد (متناسب با راستای محور مختصات)

- سرعت فقط برای نشان دادن بزرگی (مقدار) به کار گرفته می‌شود.

مثلاً بردار سرعت جسمی ممکن است در راستای محور xها برابر $+40 \frac{m}{s}$ یا $-40 \frac{m}{s}$ باشد ولی سرعت متوسط آن همیشه $v = 40 \frac{m}{s}$

سرعت متوسط

سرعت متوسط یک جسم در فاصله زمانی Δt ، برابر است با مسافت پیموده شده تقسیم بر فاصله‌ی زمانی Δt

$$\bar{V} = \frac{\text{مسافت}}{\Delta t} \quad \Delta x$$

شرح : اگر بردار سرعت ثابت باشد، سرعت همان بزرگی بردار سرعت را نشان می دهد. ولی اگر بردار سرعت تغییر کند ممکن است سرعت متوسط و بردار سرعت متوسط خیلی متفاوت باشد.

مثلاً حرکت سنگی را در نظر بگیرید که مستقیماً به بالا پرتاب می شود. بنابر تجربه می دانیم سنگ به حداکثر ارتفاعی چون H می رسد و سپس به زمین برمی گردد.

مسافتی که سنگ در این مدت می پیماید $2H$ است. بنابراین :

سرعت متوسط آن می شود $\frac{2H}{\Delta t}$ ، که $\begin{cases} 2H \text{ (مسافت طی شده)} \\ \Delta t \text{ (کل زمان رفت و برگشت)} \end{cases}$

ولی بردار سرعت متوسط آن می شود صفر زیرا همانطور که می دانید چون سنگ مجدد به محل اولیه خود برگشته جابجایی می شود صفر

مثال :

قطاری با سرعت $120 \frac{Km}{h}$ به طرف شرق حرکت می کند این قطار در $9s$ چه مسافتی را می پیماید ؟ * تبدیل $\frac{Km}{h}$ به m/s چطور صورت می گیرد؟

$$120 \times \frac{1000}{3600} = 33,3 \ m/s \qquad \bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad 33,3 = \frac{\Delta x}{9}$$

$$\Delta x = 33,3 \times 9 = 300 \ m$$

مثال ۲: برای اندازه‌گیری زمان حرکت اتومبیلی از یک کرنومتر استفاده می‌کنیم

در لحظهٔ $t_1 = 12\,s$ اتومبیل در $x_1 = 50\,m$ است و در $t_2 = 15\,s$ اتومبیل در $x_2 = 5\,m$

بردار سرعت متوسط و سرعت متوسط این اتومبیل چقدر است؟

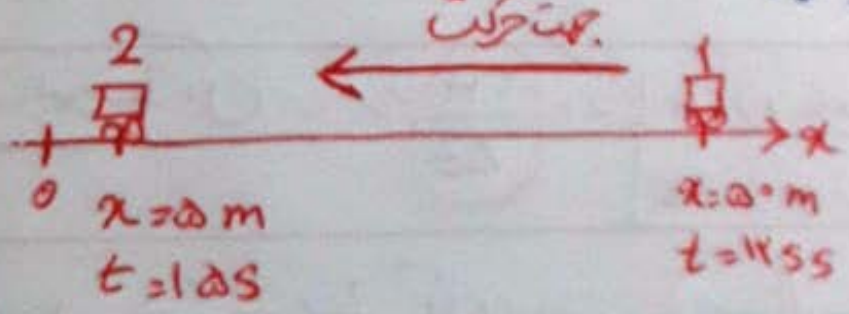
$$\begin{cases} t_1 = 12\,s \\ t_2 = 15\,s \end{cases} \Rightarrow \Delta t = 15 - 12 = 3\,s$$

$$\begin{cases} x_1 = 50\,m \\ x_2 = 5\,m \end{cases} \Rightarrow \Delta x = x_2 - x_1 = 5 - 50 = -45\,m$$

$$\bar{v} = \frac{-45}{3} = -15\,m/s$$

علامت منفی نشانهٔ آن است که اتومبیل در جهت منفی محور x حرکت می‌کند

- سرعت متوسط اتومبیل $15\,m/s$ است.

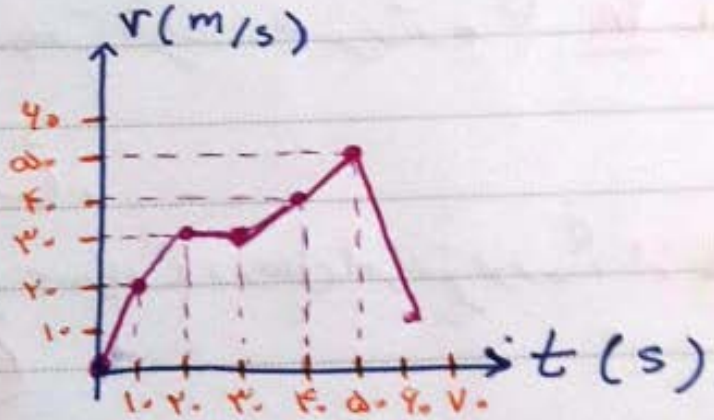


Year: Month: Day: Subject:

نمودار سرعت - زمان

نمودار ابزاری است که تغییرات دو کمیت را نسبت به هم می‌سنجد وقتی می‌گوییم نمودار سرعت - زمان یعنی در هر لحظه از زمان سرعت متحرک را داشته باشیم فرض کنید در هر ثانیه سرعت سنج یک ماشین به صورت زیر ثبت شده باشد در نتیجه می‌توانیم نمودار سرعت - زمان ماشین را رسم کنیم

t	v m/s
۰	۰
۱۰	۲۰
۲۰	۳۰
۳۰	۳۰
۴۰	۴۰
۵۰	۵۰
۶۰	۱۰



اگر با دقت به نمودار نگاه کنید متوجه می‌شویم که

در بازه‌ی زمانی (صفر تا ۱۰s) سرعت در حال افزایش

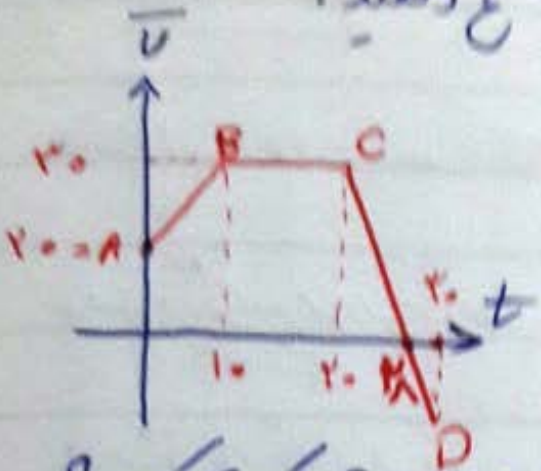
" " " (۱۰ تا ۲۰) سرعت ثابت

" " " (۲۰ تا ۳۰) " افزایشی

" " " (۴۰ تا ۵۰) " کاهنده

Year Month Day Subject

مثال: با توجه به نمودار زیر به سوالات پاسخ دهید:



الف) متحرک در لحظه‌ی ۰ s تا (شروع حرکت) سرعتش صفر بود. ۲۰ تا ۲۵ s
همانطور که روی شکل دیده می‌شود نقطه‌ی A

ب) در چه فاصله‌ی زمانی متحرک با سرعت ثابت حرکت کرده؟
از B تا C یعنی ۱۰ s تا ۲۰ s

ج) در چه زمانی سرعت متحرک صفر شده؟ ۲۸ ثانیه نمودار فقط t دارد ۷ صفر است.

د) در چه زمان‌هایی سرعت در حال افزایش بوده؟ از ۰ ثانیه تا ۱۰ s (قسمت AB)

Year: Month: Day: Subject:

② روش ریاضی :

در این روش فقط مقدار بردار برآیند محاسبه می‌شود

$$R = \sqrt{|a|^2 + |b|^2 + 2(a)(b)\cos\alpha}$$

در این روش مقدار هر بردار را به توان ۲ رسیده با حاصل ضرب و کسینوس زاویه بین جمع کرده سپس جذر آن را می‌گیریم مثلاً

$|a| = 2$ و $|b| = 3$ زاویه بین

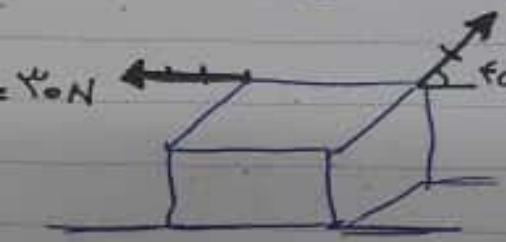
$$R = \sqrt{2^2 + 3^2 + 2(2)(3)\cos 60} \qquad \cos 60 = \frac{1}{2}$$

$$R = \sqrt{4 + 9 + (12)\times\frac{1}{2}} = \sqrt{4+9+6} = \sqrt{19} \simeq$$

تمرین : برآیند بردارهای زیر را به دو روش ریاضی و ترسیمی بدست

۱ - به جعبه‌ای مطابق شکل زیر دو نیرو وارد می‌شود. بردار

آن را محاسبه کنید



* دقت کنید زاویه‌ی بین دو بردار 135° می‌باشد

محاسبه

$$R = \sqrt{(20)^2 + (30)^2 + 2(20)(30)\cos 135}$$

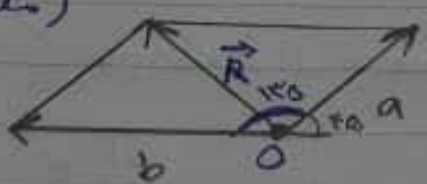
$$R = \sqrt{400 + 900 + (1200)(-0.7)}$$

$$R = \sqrt{1300 - 840}$$

$$R = \sqrt{460} = 21.4$$

ترسیمی

(مقیاس ۰.۲cm ... ۲۰ واحد)



از نقطه‌ی O دو بردار دقیق هم‌سر شد و R می‌شود بردار برآیند که اندازه‌گیری شود 21 می‌شود

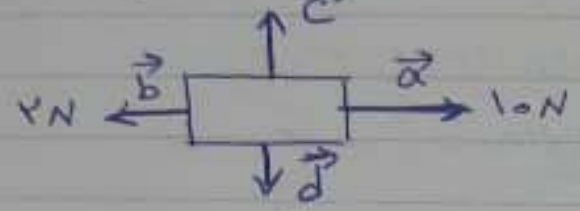
CACTUS

سؤال

Year: Month: Day: Subject:

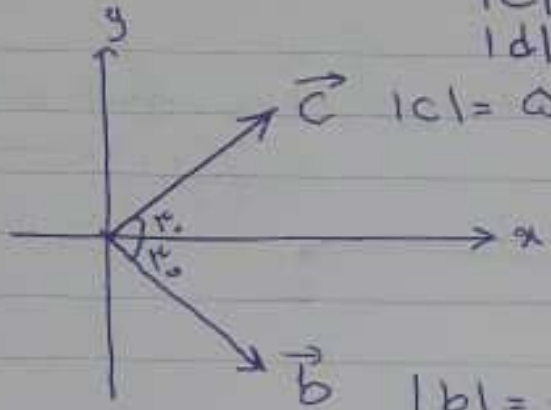
① بردار برآیند را محاسبه کنید اندازه و جهت آن را مشخص نمایید

الف)



$|\vec{a}| = ۱۰\ N$
$|\vec{b}| = ۲\ N$
$|\vec{c}| = ۴N$
$|\vec{d}| = ۳N$

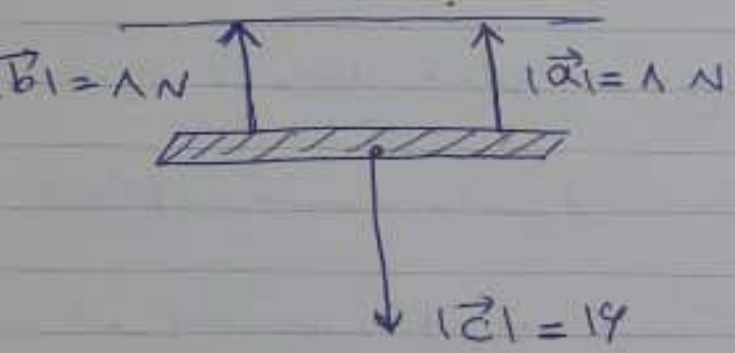
ب)



$|\vec{c}| = ۵\ cm$

$|\vec{b}| = ۵cm$

ج)



* نکته : برای بدست آوردن بردار برآیند چند بردار ابتدا است اول بردارهایی که در یک راستا و مختلف الجهت هستند با هم برآیندگیری شوند سپس بردارهایی که در یک راستا و مختلف الجهت هستند و در نهایت بردارهای زاویه دار *

*

توجه داشته باشید اگر بین ۲ از دو بردار یا دو بردار به جمعی وارد شود می توانید ابتدا دو بردار را انتقال دهید برآیند آن را بدست آورده سپس آن را با بردار سوم جمع زنید *

Year: Month: Day: Subject:

جابه جایی

کوتاهترین برداری که نقطه‌ی شروع یک متحرک را به پایان آن متصل می‌کند را جابه جایی می‌نامند.

مسیر طی شده: به کل مسافتی که متحرکی از نقطه‌ی شروع تا پایان با دور زدن موانع راطی می‌کند

مثال: اتومبیلی میدانی به شعاع ۲۰m را دو دور کامل می‌چرخد در هریک از مراحل زیر جابه جایی و مسیر طی شده را محاسبه کنید ($\pi=3$)

الف) یک دور کامل
- مسیر طی شده: محیط دایره $= 2\pi R = 2\times3\times20 = 120\,m$
- جابه جایی: صفر (چون نقطه‌ی شروع و پایان یکی است)

ب) نصف دور

مسیر طی شده: نصف محیط $= \frac{2\pi R}{2} = \frac{120}{2} = 60\,m$

جابه جایی: قطر دایره $= 2\times20 = 40\,m$

ج) ربع دور

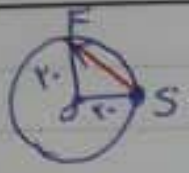
مسیر طی شده: ربع محیط $= \frac{2\pi R}{4} = \frac{120}{4} = 30\,m$

د) ۲ دور کامل

جابه جایی:

P/5

Year: Month: Day: Subject:



همانطور که در شکل می بینید می شود وتری از دایره

که ۲ راحتی از قضیه فیثاغورث قابل حل است

$$\overrightarrow{FS} = \sqrt{۲۰^۲ + ۲۰^۲} = \sqrt{۴۰۰ + ۴۰۰} = \sqrt{۱۶۰۰} = ۴۰ m$$

* یادآوری: قضیه فیثاغورث همون روش ریاضی محاسبه بردار برآیند نامتعامل است که در آن چون حتماً مربوط به مثلث قائم الزاویه است و $\cos ۹۰ = ۰$ می شود رابطه به صورت $R = \sqrt{a^۲ + b^۲}$ نوشته می شود

$$R = \sqrt{a^۲ + b^۲ + ۲ab\cos\alpha}$$

۲ درست آخر مسئله ۲ دور کامل حاجی محدداً حرکت می کند چون نقطه ی شروع و پایان یک نقطه است و مسیر طی شده ۲ تا محیط دایره یعنی $۱۲۰ \times ۲ = ۲۴۰^m$ می شود.

تمرین:

در هریک از موارد زیر مسیر طی شده و جابجایی را محاسبه کنید

(الف) متحرکی از نقطه ای شروع ابتدا ۲۵m به صورت عمود به سمت شمال حرکت کرده سپس تغییر مسیر داده و کاملاً به سمت شرق (محدود به مسیر قبلی) ۱۰۰m اطی می کند.

ب) متحرکی در راستای افقی از سمت شرق به غرب ۵۰m حرکت کرده سپس وارد یک مسیر دایره ای شکل به شعاع ۵m می شود سپس از عمود یک نیم دایره از طرف مقابل ۴۰m دیگر حرکت می کند